GABARITO

IX Olimpíada Interna de Matemática - Segunda Fase – Nível 2 (8° e 9º Anos E/F)

(A prova contem 5 questões com itens A e B. Cada item vale 1 ponto. Respostas sem justificativa não serão consideradas.)

01

Joãozinho chama um número natural maior do que 100 de aditivado quando seu algarismo das unidades é igual à soma dos demais algarismos. Por exemplo, 224 é aditivado, pois 2 + 2 = 4.

a) Escreva o número aditivado de quatro algarismos cujo algarismo das unidades é 1.

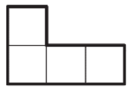
Como o algarismo das unidades é 1, para que o número seja aditivado, a soma dos algarismos das casas das dezenas, centenas e unidades de milhar deve ser igual a 1. Existe só um número com quatro algarismos com essas propriedades: **1001.**

b) Escreva todos os números aditivados de três algarismos cujo algarismo das unidades é 6.

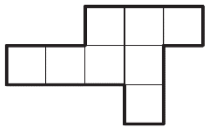
Para que um número aditivado de três algarismos termine em 6, a soma do algarismo das dezenas com o das centenas deve ser igual a 6. Como um tal número não pode ter 0 na casa das centenas, há exatamente seis possibilidades: **156, 246, 336, 426, 516 e 606.**

02

A peça ilustrada abaixo é formada por quatro quadradinhos de 1 cm de lado. Observe que o perímetro desta peça, ou seja, a medida de seu contorno, é 10 cm. Roberto forma figuras juntando duas dessas peças, sem sobreposição, e fazendo coincidir lados de quadradinhos.



a) Roberto formou a figura abaixo. Qual é o perímetro desta figura?



A figura em questão é formada pela junção de duas peças. Ela é formada por oito quadradinhos de 1 cm de lado, e seu contorno contém exatamente 16 lados desses quadradinhos. Logo, o perímetro dessa peça é 16 vezes 1 cm, ou seja, é igual a **16 cm.**

b) Ajude Roberto desenhando uma figura com perímetro igual a 12 cm no quadriculado da esquerda e outra com perímetro igual a 18 cm no quadriculado da direita.

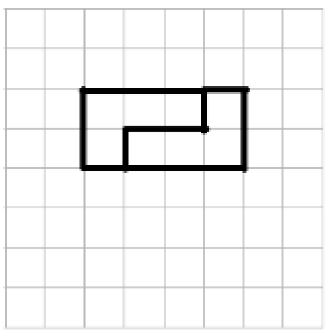


Figura com perímetro igual a 12 cm

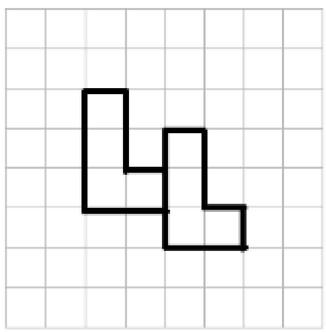


Figura com perímetro igual a 18 cm

GABARITO

IX Olimpíada Interna de Matemática - Segunda Fase – Nível 2 (8° e 9º Anos E/F)

03 Na figura, as letras A e B representam os possíveis algarismos que tornam o produto dos números 2A5 e 13B um múltiplo de 36.

a) Em todos os possíveis resultados para o produto desses números, o algarismo das unidades é o mesmo. Qual é esse algarismo?

Como o algarismo das unidades do número 2A5 é 5, os possíveis algarismos das unidades para o produto dos números 2A5 e 13B é 0 ou 5. Como esse produto é múltiplo de 36, que é par, o produto também é par. Logo, seu último algarismo não pode ser 5, logo, é **0.**

b) Quais são os possíveis valores de B?

Como 2A5 é ímpar e o produto dos números 2A5 e 13B é par, segue que 13B deve ser par; porém, como o produto também é múltiplo de 4 (já que é múltiplo de 36), e como o fator 2A5 não é múltiplo de 4, segue que o fator 13B tem de ser um múltiplo de 4, isto é, o número 3B tem de ser múltiplo de 4. **Logo, as únicas possibilidades para B são os algarismos 2 ou 6**, já que 30, 34 e 38 não são divisíveis por 4.

04 Na tabela, o Capitão América escreveu a letra Q embaixo de todos os números que são quadrados perfeitos e a letra N embaixo de todos os outros.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	...	2004	2005	2006
Q	N	N	Q	N	N	N	N	Q	N	N	N	N	N	N	Q	N	...	N	N	N

a) Quantas vezes o Capitão América escreveu a letra Q?

O Capitão América escreveu Q embaixo dos quadrados perfeitos 1^2, 2^2, 3^2, ... e assim por diante, como 2006 está 44^2 e 45^2, isto é,

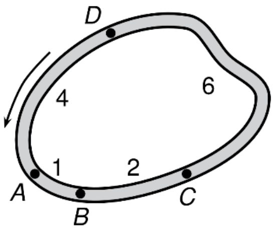
$$44^2 = 1936 < 2006 < 2025 = 45^2$$

Vemos que 1936 é o maior quadrado menor do que 2006, portanto a última letra Q está abaixo de 2006, ou seja, **o Capitão América escreveu a letra Q 44 vezes.**

b) Que número está acima do milésimo N a partir da esquerda?

O número 1000 está entre $31^2 = 961$ e $32^2 = 1024$, logo 1024 foram escritas 32 letras Q e 1024 – 32 = 992 letras N. Por isso a 1000º letra N aparece depois da 1024º posição. Para chegar a 1000 letras N faltam 8, que começam na 1025º posição e acabam na 1032º posição; notamos que nessas posições não aparece nenhuma letra Q, pois o próximo quadrado perfeito é $33^2 = 1089$. **Logo, o 1000º N foi escrito na 1032º posição.**

05 A figura representa o traçado de uma pista de corrida. Os postos A, B, C e D são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha. Por exemplo, uma corrida de 17 km pode ser realizada com partida em D e chegada em A.



a) Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?

Uma volta completa em torno da pista tem extensão de 1 + 2 + 6 + 4 = 13 km. Por isso, para percorrer 14 km precisamos dar uma volta completa e percorrer mais 1 km. A única forma de percorrer 1 km respeitando o sentido da corrida é começando em A e terminando em B. **Portanto a corrida deve começar em A, dar uma volta completa e terminar em B.**

b) E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são esses postos?

Como 100 = 7 x 13 + 9, portanto deve-se dar 7 voltas e completar mais 9 km. A única maneira de percorrer 9 km respeitando o sentido da corrida é percorrer do posto A até o posto D, **logo deve-se iniciar a corrida em A com 7 voltas, e completar em D.**

------------------------RASCUNHO----------------------