

(A prova contém 5 questões com itens A e B. Cada item vale 1 ponto. Respostas sem justificativa não serão consideradas.)

01

Joãozinho comprou um álbum em que figurinhas numeradas devem ser coladas em ordem crescente, começando na página 2 e terminando na página 61. Nas **páginas pares** devem ser **coladas 5 figurinhas** e, nas **ímpares, 6 figurinhas**.

a) Em qual página deve ser colada a figurinha de número 196?

Para cada conjunto de duas páginas, uma par e outra ímpar, como mostrado na ilustração, são coladas $5 + 6 = 11$ figurinhas.

Por exemplo, nas páginas 2 e 3, colamos 11 figurinhas, nas páginas 4 e 5 também são coladas 11 figurinhas etc. Assim, dividindo 196 por 11, podemos localizar o conjunto de duas páginas onde deve ser colada a figurinha 196 e a posição dessa figurinha nesse conjunto de páginas. O quociente da divisão de 196 por 11 é 17 e o resto é 9.

Assim, a figurinha 196 está no 18º conjunto de páginas, ou seja, nas páginas 36 e 37, e na 9ª posição dentre as 11 figurinhas aí coladas. Como 5 figurinhas devem ser coladas na página par, a figurinha de número 196 deve ser colada na página ímpar, ou seja, **na página 37**.

b) No total, quantas figurinhas devem ser coladas no álbum?

As páginas pares do álbum têm os números 2, 4, 6, ..., 60 num total de $60 \div 2 = 30$ páginas e as páginas ímpares têm os números 3, 5, ..., 61.

Como existe uma página ímpar ao lado de cada página par, então o número de páginas ímpares também é 30.

$$30 \times 5 + 30 \times 6 = 150 + 180 = 330$$

Portanto, o número total de figurinhas que devem ser coladas no álbum é de **330**.

02

Um "matemágico" testa uma nova magia com Helena. Ele diz a ela:

- pense em dois números de 1 a 9, um par e um ímpar;
- calcule a soma dos números em que você pensou;
- calcule agora a diferença entre o maior e o menor dos números em que você pensou;
- multiplique a soma pela diferença;
- diga qual foi o resultado dessa multiplicação e eu descobrirei quais são os números em que você pensou.

a) Se Helena pensar nos números 4 e 9, que número ela vai dizer ao "matemágico"?

Como $4 + 9 = 13$ e $9 - 4 = 5$, Helena multiplicará 13×5 . Ela dirá ao mágico o número **65**.

b) Se Helena disser 21, em quais números ela pensou?

O número 21 pode ser escrito como produto de dois números naturais de duas maneiras. A primeira é 1×21 , e, neste caso, não temos dois números entre 1 e 9 cuja soma seja 21.

A segunda é 3×7 . Se escolhermos 3 para a soma, temos somente 1 e 2 como escolhas, e, nesse caso, a diferença é 1.

Logo, 3 deverá ser a diferença dos números procurados e a soma desses números deve ser 7.

Neste caso, as possibilidades para a soma 7 são as seguintes: $1 + 6$, $2 + 5$, $3 + 4$; dentre essas possibilidades, 2 e 5 correspondem à diferença 3.

Portanto, Helena pensou nos números **2 e 5**.

03

Sem usar o algarismo 0, Carolina escreveu todos os números de três algarismos diferentes nos quais o algarismo do meio é maior do que os outros dois. Por exemplo, Carolina escreveu 241, mas não escreveu 570, nem 464, nem 123.

a) Quais são os números que Carolina escreveu com o algarismo do meio igual a 3?

Carolina escreveu os números **132 e 231**. Esses são os únicos números que cumprem as exigências do enunciado e que possuem o algarismo 3 na posição central.

b) Quantos números Carolina escreveu ao todo?

Observamos primeiramente que os algarismos 1 e 2 (e, claro, também o 0) não podem ser usados na casa das dezenas para que o número esteja na lista de Carolina.

- se o algarismo do meio é 3, há $2 \times 1 = 2$ números na lista;
- se o algarismo do meio é 4, há $3 \times 2 = 6$ números na lista;
- se o algarismo do meio é 5, há $4 \times 3 = 12$ números na lista;
- se o algarismo do meio é 6, há $5 \times 4 = 20$ números na lista;
- se o algarismo do meio é 7, há $6 \times 5 = 30$ números na lista;
- se o algarismo do meio é 8, há $7 \times 6 = 42$ números na lista;
- se o algarismo do meio é 9, há $8 \times 7 = 56$ números na lista.

Logo, a lista de Carolina tem exatamente $2 + 6 + 12 + 20 + 30 + 42 + 56 =$ **168 números**.

04

Joãozinho chama um número natural maior do que 100 de aditivado quando seu algarismo das unidades é igual à soma dos demais algarismos. Por exemplo, 224 é aditivado, pois $2+2 = 4$.

ADITIVO	NÃO ADITIVO
2013	90014
$2 + 0 + 1 = 3$	$9+0+0+1 \neq 4$

a) Escreva o número aditivado de quatro algarismos cujo algarismo das unidades é 1.

Como o algarismo das unidades é 1, para que o número seja aditivado, a soma dos algarismos das casas das dezenas, centenas e unidades de milhar deve ser igual a 1. Existe só um número com quatro algarismos com essas propriedades: **1001**.

b) Escreva todos os números aditivados de três algarismos cujo algarismo das unidades é 6.

Para que um número aditivado de três algarismos termine em 6, a soma do algarismo das dezenas com o das centenas deve ser igual a 6. Como um tal número não pode ter 0 na casa das centenas, há exatamente seis possibilidades: **156, 246, 336, 426, 516 e 606**.

05

Mônica usou 25 palitos sobre uma mesa e três cartões, um com o número 0, outro com o número 1 e o último com o número 2, para uma brincadeira com seus amigos Ana, Beatriz e Carlos. Sem olhar, ela pede para cada um pegar um cartão e também pede para:

- Ana retirar da mesa tantos palitos quanto o número de seu cartão;
- Beatriz retirar da mesa tantos palitos quanto o triplo do número do seu cartão;
- Carlos retirar da mesa tantos palitos quanto nove vezes o número do seu cartão

Contando os palitos que restaram sobre a mesa, Mônica tenta acertar quem escolheu cada cartão.

a) Quantos palitos restarão sobre a mesa se Ana pegar o cartão com o número 1, Beatriz pegar o cartão com o número 0 e Carlos pegar o cartão com o número 2?

Ana pegará 1 palito, Beatriz não pegará palitos e Carlos pegará $9 \times 2 = 18$ palitos, totalizando 19 palitos retirados. Sobrarão, assim, $25 - 19 = 6$ palitos.

b) Qual é a menor quantidade de palitos que pode restar sobre a mesa nessa brincadeira?

A menor quantidade de palitos restantes corresponde ao número máximo de palitos retirados. Esse número é obtido multiplicando 1, 3 e 9 por 0, 1 ou 2 e somando os resultados. O máximo obtido será $0 \times 1 + 1 \times 3 + 2 \times 9 = 0 + 3 + 18 = 21$. Podem sobrar, no mínimo, $25 - 21 = 4$ palitos.

-----RASCUNHO-----

